



Exemplo 1: Considere um CSTR de fase líquida com reações consecutivas de primeira ordem:



Determine todas as concentrações de saída, assumindo densidade constante.

Solução: Quando a densidade é constante, $Q_{out} = Q_{in} = Q$ e $\bar{t} = V/Q$. As Equações 1 se tornam:

$$\begin{aligned} a_{in} - k_A \bar{t} a_{out} &= a_{out} \\ b_{in} + k_A \bar{t} a_{out} - k_B \bar{t} b_{out} &= b_{out} \\ c_{in} + k_B \bar{t} b_{out} - k_C \bar{t} c_{out} &= c_{out} \\ d_{in} + k_C \bar{t} c_{out} &= c_{out} \end{aligned} \quad (4)$$

Essas equações podem ser resolvidas sequencialmente, o que resulta em:

$$a_{out} = \frac{a_{in}}{1 + k_A \bar{t}} \quad (5)$$

$$b_{out} = \frac{b_{in}}{(1 + k_B \bar{t})} + \frac{k_A \bar{t} a_{in}}{(1 + k_A \bar{t})(1 + k_B \bar{t})} \quad (6)$$

$$c_{out} = \frac{c_{in}}{a + k_C \bar{t}} + \frac{k_B \bar{t} b_{in}}{(1 + k_B \bar{t})(1 + k_C \bar{t})} + \frac{k_A k_B \bar{t}^2 a_{in}}{(1 + k_A \bar{t})(1 + k_B \bar{t})(1 + k_C \bar{t})} \quad (7)$$

$$d_{out} = d_{in} + (a_{in} - a_{out}) + (b_{in} - b_{out}) + (c_{in} - c_{out}) \quad (8)$$

Reações competitivas de primeira ordem e alguns outros casos simples podem ser resolvidos analiticamente, mas qualquer esquema cinético razoavelmente complexo exigirá uma solução numérica. Programas de matemática, como Mathematica, Maxima, Maple, Mathcad, MatLab e Python, oferecem soluções quase automáticas para conjuntos de equações algébricas.

Sugestão de leitura: Quem quiser entender o funcionamento interno de uma solução numérica das equações do CSTR basta estudar o Apêndice A.4.2 do capítulo 4 do livro do Nauman. Nesse apêndice é descrita uma versão multidimensional do método de Newton. Esse método converge rapidamente, desde que suas suposições iniciais sobre as incógnitas sejam boas, mas o levará a nunca pousar quando suas suposições iniciais forem ruins.

Um método mais robusto de resolver as equações de projeto para múltiplas reações em um CSTR é apresentado na próxima seção.

Exemplo 2: Suponha as seguintes reações elementares concorrentes dentro de um CSTR (reator de mistura completa de fluxo contínuo):



Considere que a densidade seja constante e use o método de falsos transitórios (ou transientes) para determinar a composição da saída em estado estacionário. Além disso, considere que $k_1 a_{in} \bar{t} = 4$, $k_2 \bar{t} = 1$, $b_{in} = 1.5a_{in}$, $c_{in} = 0.1a_{in}$ e $d_{in} = 0.1a_{in}$

Solução: Escreva uma versão da Equação 9 para cada componente. Divida as equações por $Q_{in} = Q_{out}$ e substitua as taxas de reação apropriadas para obter:

$$\bar{t} \frac{da_{out}}{dt} = a_{in} - a_{out} - k_1 \bar{t} a_{out} b_{out} - k_2 \bar{t} a_{out} \quad (13)$$

$$\bar{t} \frac{db_{out}}{dt} = b_{in} - b_{out} - k_1 \bar{t} a_{out} b_{out} \quad (14)$$

$$\bar{t} \frac{dc_{out}}{dt} = c_{in} - c_{out} + k_1 \bar{t} a_{out} b_{out} \quad (15)$$

$$\bar{t} \frac{dd_{out}}{dt} = d_{in} - d_{out} + k_2 \bar{t} a_{out} \quad (16)$$

Em seguida, use uma aproximação de diferença finita de primeira ordem para as derivadas de tempo, por exemplo,

$$\frac{da}{dt} \approx \frac{a_{new} - a_{old}}{\Delta t} \quad (17)$$

Dividindo todas as equações por a_{in} e reorganizando, obtém-se o seguinte sistema de equações que podem ser resolvidas pelo método de Euler ou outro método de marcha no tempo (Família de Runge-Kutta):

$$\left(\frac{a}{a_{in}} \right)_{new} = \left(\frac{a}{a_{in}} \right)_{old} + \left[1 - (1 + k_{II} \bar{t}) \left(\frac{a}{a_{in}} \right)_{old} - k_I a_{in} \bar{t} \left(\frac{a}{a_{in}} \right)_{old} \left(\frac{b}{a_{in}} \right)_{old} \right] \Delta \tau \quad (18)$$

$$\left(\frac{b}{a_{in}} \right)_{new} = \left(\frac{b}{a_{in}} \right)_{old} + \left[\left(\frac{b_{in}}{a_{in}} \right) - \left(\frac{b}{a_{in}} \right)_{old} - k_I a_{in} \bar{t} \left(\frac{a}{a_{in}} \right)_{old} \left(\frac{b}{a_{in}} \right)_{old} \right] \Delta \tau \quad (19)$$

$$\left(\frac{c}{a_{in}} \right)_{new} = \left(\frac{c}{a_{in}} \right)_{old} + \left[\left(\frac{c_{in}}{a_{in}} \right) - \left(\frac{c}{a_{in}} \right)_{old} + k_I a_{in} \bar{t} \left(\frac{a}{a_{in}} \right)_{old} \left(\frac{b}{a_{in}} \right)_{old} \right] \Delta \tau \quad (20)$$

$$\left(\frac{d}{a_{in}} \right)_{new} = \left(\frac{d}{a_{in}} \right)_{old} + \left[\left(\frac{d_{in}}{a_{in}} \right) - \left(\frac{d}{a_{in}} \right)_{old} + k_{II} \bar{t} \left(\frac{a}{a_{in}} \right)_{old} \right] \Delta \tau \quad (21)$$

sendo que $\tau = t/\bar{t}$ é o tempo adimensional. Escrevendo o sistema de maneira mais compacta:

$$a_{new}^* = a_{old}^* + [1 - 2a_{old}^* - 4a_{old}^* b_{old}^*] \Delta \tau \quad (22)$$

$$b_{new}^* = b_{old}^* + [1,5 - b_{old}^* - 4a_{old}^* b_{old}^*] \Delta \tau \quad (23)$$

$$c_{new}^* = c_{old}^* + [0,1 - c_{old}^* + 4a_{old}^* b_{old}^*] \Delta \tau \quad (24)$$

$$d_{new}^* = d_{old}^* + [0,1 - d_{old}^* + a_{old}^*] \Delta \tau \quad (25)$$

sendo que as concentrações foram normalizadas por a_{in} e os valores numéricos do enunciado foram substituídos.

Condições iniciais: $a_0^* = 1$, $b_0^* = 1,5$, $c_0^* = 0,1$, e $d_0^* = 0,1$. Continuação da solução no **Google Colab**.

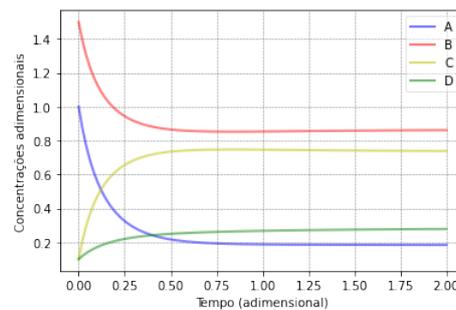


Figura 1: Solução numérica

3 CSTR com densidade variável

A densidade pode ser variável ao longo do tempo em um CSTR (reator de mistura completa de fluxo contínuo), não está se considerando variabilidade espacial interna no tanque do reator, apenas variabilidade temporal.

As equações de projeto para um CSTR não exigem que a mistura tenha propriedades físicas constantes ou que condições operacionais como temperatura e pressão sejam as mesmas para os ambientes de entrada e saída. É necessário, no entanto, que essas variáveis sejam conhecidas.

Consideraremos o caso em que P_{out} e T_{out} são conhecidos. Densidade e Q_{out} não serão conhecidos se dependerem da composição. Um balanço de massa em estado estacionário fornece:

$$\rho_{in}Q_{in} = \rho_{out}Q_{out} \quad (26)$$

É necessária uma equação de estado para determinar a densidade de massa na saída do reator, ρ_{out} . Dessa forma Q_{out} pode ser calculada.

3.1 CSTR de fase líquida

Não há diferença essencial entre o tratamento da fase líquida e gasosa, exceto na equação de estado. As mudanças de densidade nos sistemas líquidos tendem a ser pequenas, e a densidade é geralmente assumida como sendo uma função linear da concentração. Estudaremos nessa aula apenas reatores monofásicos.

Exemplo 3: Suponha que um monômero puro polimerize em um CSTR com cinética de pseudo-primeira ordem. O monômero e o polímero têm densidades diferentes. Assuma uma relação linear com base na concentração de monômero. Em seguida, determine a concentração de saída do monômero, assumindo que a reação seja de primeira ordem.

Solução: A reação é:



A equação de projeto do reator para o monômero é:

$$0 = m_{in}Q_{in} - Vkm_{out} - m_{out}Q_{out} \quad (28)$$

sendo que as incógnitas são m_{out} e Q_{out} .

É necessária uma relação entre densidade e composição. Pode-se escrever uma relação linear entre a densidade do monômero e do polímero:

$$\rho = \rho_{polímero} - \Delta\rho \left(\frac{m}{m_{in}} \right) \quad (29)$$

sendo $\Delta\rho = \rho_{polímero} - \rho_{monômero}$. O procedimento a partir deste ponto é simples, entretanto algebricamente trabalhoso. Faça $m = m_{out}$ na Equação 29 para obter ρ_{out} . Substitua esse valor na Equação 26 para obter Q_{out} . Depois substitua Q_{out} na Eq. 28 de forma que m_{out} seja a única incógnita. Depois de resolver uma equação do 2º grau, a solução para m_{out}/m_{in} , obtém-se:

$$\frac{m_{out}}{m_{in}} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4(1 - \kappa)Y_0(1 - Y_0)}}{2(1 - \kappa)(1 - Y_0)} \quad (30)$$

sendo que:

$$\kappa = \frac{\rho_{monômero}}{\rho_{polímero}} \quad \text{e} \quad Y_0 = \frac{Q_{in}}{Q_{in} + kV} \quad \blacksquare \quad (31)$$

Exercício extra-classe: Fazer a dedução para chegar na Equação 30.

Para obtermos um resultado numérico, faça $Y_0 = 0,5$ e $\kappa = 0,9$. A Equação 30 fornece $\frac{m_{out}}{m_{in}} = 0,513$, ou seja, se a concentração de entrada for 1 [massa/volume], a concentração de saída do monômero é 0,513 [massa/volume].

Pode-se obter o tempo de residência médio \bar{t} do reator fazendo:

$$\bar{t} = \frac{\hat{\rho}V}{\rho_{out}Q_{out}} = \frac{V}{Q_{out}} \quad (32)$$

A primeira das relações na Equação 32 é válida para qualquer sistema de fluxo. A segunda relação se aplica especificamente a um CSTR, pois $\hat{\rho} = \rho_{out}$, mas não é verdade para um reator de fluxo de pistão.

3.2 Esquema computacional para CSTRs de densidade variável

O Exemplo 3 representa o caso mais simples possível de um CSTR de densidade variável. A reação é isotérmica, de primeira ordem, irreversível e a densidade é uma função linear da concentração do reagente. Esse sistema mais simples é o mais complicado para o qual é possível uma solução analítica. Problemas realistas de densidade variável, seja em sistemas de líquidos ou de gases, exigem soluções numéricas. Essas soluções numéricas usam o método de falsos transitórios e envolvem conjuntos de EDOs de primeira ordem com várias funções auxiliares. Um EDO para temperatura será estudada mais adiante nessa disciplina.

O método de falsos transientes começa por definir o fluxo de entrada definido pelos valores de Q_{in} , T_{in} , ρ_{in} , a_{in} , b_{in} , ... e as condições iniciais do reator a_0 , b_0 , ... e T_0 .

1. Escolha as condições iniciais a_0 , b_0 , ..., T_0 . Use uma equação de estado para calcular ρ_0 e ρ_{in} . Calcule $Q_0 = \rho_{in}Q_{in}/\rho_0$ e $V\rho_0$.
2. Escolha um passo de tempo, Δt .
3. Defina valores iniciais para a_{out} , b_{out} , ..., T_{out} e Q_{out} .
4. Dê um passo, calculando novos valores para a_{out} , b_{out} , ... e T_{out} no novo tempo $t + \Delta t$. As equações de marcha adiante no tempo tem o formato:

$$(a_{out})_{new} = (a_{out})_{old} + [Q_{in}a_{in} + \mathcal{R}_A(a_{out}, b_{out}, \dots, P_{out}, T_{out})V - Q_{out}a_{out}] \Delta t / V \quad (33)$$

5. Use a equação de estado para calcular ρ_{out} .
6. Calcule a vazão na saída do reator $Q_{out} = \rho_{in}Q_{in}/\rho_{out}$.
7. Verifique se $(a_{out})_{new} \cong (a_{out})_{old}$. Se não, volte à etapa 4.
8. Dividir Δt por 2 e volte ao passo 2. Repita até que os resultados convirjam usando 4 ou 5 algarismos significativos.
9. Calcule o valor de estado estacionário para o volume do reator usando $V\rho_0/\rho_{out}$. Se esse valor for significativamente diferente do volume de trabalho desejado no reator, volte para a Etapa 1, mas agora inicie a simulação com o tanque nas concentrações e temperatura que acabaram de ser calculadas.

À medida que o estado estacionário é aproximado, a quantidade entre colchetes na Equação 33 vai se aproximando de zero. Isso permite obter uma solução precisa no final da simulação, mesmo que o tamanho do passo de tempo seja grande. A convergência é alcançada com facilidade, e a etapa 8 é incluída principalmente como uma questão de boas práticas de computação. A etapa 9 é necessária se houver uma alteração significativa da densidade na reação e se as concentrações iniciais estiverem longe dos valores no estado estacionário. O algoritmo computacional mantém massa constante no reator, e não volume constante.

Exemplo 4: Resolva o Exemplo 3 usando o método de Euler e algoritmo descrito acima.

Solução: Em um problema real, os valores individuais para k , V e Q_{in} devem ser conhecidos. Os valores dessas constantes são combinadas no grupo adimensional kV/Q_{in} . Esse grupo determina a performance de uma reator de densidade constante e é um dos dois parâmetros necessários para o caso de densidade variável, veja que Y_0 depende exclusivamente de kV/Q_{in} . O outro parâmetro necessário é a razão das densidades $r = \rho_{monômero}/\rho_{polímero}$. Fazendo $kV/Q_{in} = 1$ resulta em $Y_0 = 0,5$. Solução no **Google Colab**.

3.3 CSTRs de fase gasosa

CSTRs estritamente em fase gasosa são raros. CSTRs bifásicos, líquido-gás são comuns e são tratados no Capítulo 11 do livro do Nauman. CSTRs bifásicos, sólidos e gasosos são bastante comuns. Quando o sólido é um catalisador, o uso de cinética pseudo-homogênea permite que esses sistemas de duas fases sejam tratados como se apenas a fase fluida estivesse presente. Todas as medições de concentração são feitas na fase gasosa e a expressão da taxa é ajustada às concentrações da fase gasosa. Esta seção descreve o método para ajustar cinética pseudo-homogênea para um CSTR.

Um reator de ciclo de reciclagem é frequentemente usado para estudos de laboratório com reagentes em fase gasosa e um catalisador sólido e heterogêneo. Veja a Figura 2.

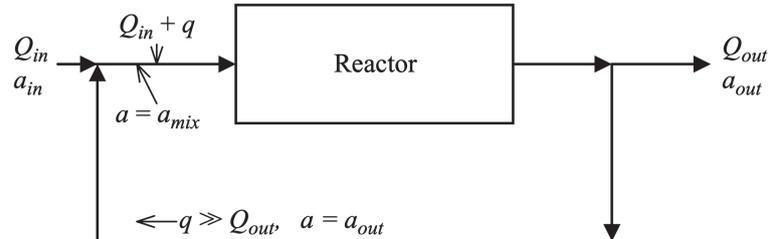


Figura 2: Reator em um ciclo de reciclagem

Suponha que o reator seja um pequeno leito de catalisador compactado através do qual o gás circula com um fluxo volumétrico elevado. A alta vazão fornece boa transferência de calor e elimina a resistência da fase gasosa à transferência de massa. O rendimento da transferência de massa (gás \rightleftharpoons sólido) é relativamente pequeno e a maior parte do gás que sai do leito catalisador do reator é reciclada. A conversão “por passada” é baixa, mas a conversão geral é alta o suficiente para que uma análise química possa ser razoavelmente precisa. Os ciclos de reciclagem se comportam como CSTRs quando a taxa de reciclagem é alta.

Um **Exemplo de aplicação** bastante atual na Engenharia Ambiental é o desenvolvimento de sistemas (reatores) de **captura de CO₂ de gases pós-combustão por mineralização**.

Uma maneira de conduzir a carbonatação mineral consiste na reação de CO₂ gasoso com uma fase sólida contendo óxido metálico. Na carbonatação a seco (carbonatação gás-sólido), ocorre reação direta de CO₂ gasoso com minerais sólidos ou resíduos alcalinos. Os mecanismos de reação dependem da composição do resíduo.

A carbonatação do óxido metálico mais utilizado no processo, o óxido de cálcio (CaO), baseia-se na reação de CaO com CO₂ para produzir uma camada porosa de carbonato de cálcio ao redor da partícula de CaO:



Exercício extra-classe

Exercício resolvido: Fazer a dedução para chegar na Equação 30.

O procedimento a partir deste ponto é simples, entretanto algebricamente trabalhoso. Faça $m = m_{out}$ na Equação 29 para obter ρ_{out} .

$$\rho_{out} = \rho_{polímero} - \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) \quad (35)$$

Substitua esse valor na Equação 26 para obter Q_{out} :

$$Q_{out} = \frac{\rho_{in} Q_{in}}{\rho_{out}} = \frac{\rho_{in} Q_{in}}{\rho_{polímero} - \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)} \quad (36)$$

Isolando m_{out} na Equação 28:

$$m_{out} = \frac{m_{in} Q_{in}}{Vk + Q_{out}} \quad (37)$$

Dividindo por m_{in} :

$$\frac{m_{out}}{m_{in}} = \frac{Q_{in}}{Vk + Q_{out}} \quad (38)$$

Agora substitua a Eq. 36 na Eq. 38 de forma que m_{out} seja a única incógnita.

$$\frac{m_{out}}{m_{in}} = \frac{Q_{in}}{Vk + \frac{\rho_{in} Q_{in}}{\rho_{polímero} - \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)}} = \frac{Q_{in}}{\frac{Vk [\rho_{polímero} - \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)] + m_{in}}{\rho_{polímero} - \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)}} \quad (39)$$

$$\left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) \left(Vk \left[\rho_{polímero} - \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) \right] + m_{in} \right) = Q_{in} \left[\rho_{polímero} - \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) \right] \quad (40)$$

$$\left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) \left(Vk\rho_{polímero} - Vk\Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) + \rho_{in} Q_{in} \right) = Q_{in} \rho_{polímero} - Q_{in} \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) \quad (41)$$

$$\left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) Vk\rho_{polímero} - Vk\Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)^2 + \rho_{in} Q_{in} \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) = Q_{in} \rho_{polímero} - Q_{in} \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) \quad (42)$$

$$- \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) Vk\rho_{polímero} + Vk\Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)^2 - \rho_{in} Q_{in} \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) = -Q_{in} \rho_{polímero} + Q_{in} \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) \quad (43)$$

$$Vk\Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)^2 - \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) Vk\rho_{polímero} - \rho_{in} Q_{in} \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) - Q_{in} \Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) = -Q_{in} \rho_{polímero} \quad (44)$$

$$Vk\Delta\rho \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)^2 - \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) (Vk\rho_{polímero} + \rho_{in} Q_{in} + Q_{in} \Delta\rho) + Q_{in} \rho_{polímero} = 0 \quad (45)$$

Mas $\Delta\rho = (\rho_{polímero} - \rho_{monômero})$:

$$Vk(\rho_{polímero} - \rho_{monômero}) \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)^2 - \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) (Vk\rho_{polímero} + \rho_{in} Q_{in} + Q_{in}(\rho_{polímero} - \rho_{monômero})) + Q_{in} \rho_{polímero} = 0 \quad (46)$$

$$\left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)^2 - \left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right) \frac{(Vk\rho_{polímero} + \rho_{in} Q_{in} + Q_{in}(\rho_{polímero} - \rho_{monômero}))}{Vk(\rho_{polímero} - \rho_{monômero})} + \frac{Q_{in} \rho_{polímero}}{Vk(\rho_{polímero} - \rho_{monômero})} = 0 \quad (47)$$

Chamando $\left(\frac{m_{out}}{m_{in}} \right)$ de x temos uma equação do 2º grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$.

Definindo κ para simplificar a notação:

$$\kappa = \frac{\rho_{monômero}}{\rho_{polímero}} \quad (48)$$



Temos que $a = 1$. Agora simplificando $-b$:

$$-b = \frac{(Vk\rho_{\text{polímero}} + Q_{in}(\rho_{in} + \rho_{\text{polímero}} - \rho_{\text{monômero}}))}{Vk(\rho_{\text{polímero}} - \rho_{\text{monômero}})} \quad (49)$$

Multiplicando e dividindo o denominador por $\rho_{\text{polímero}}$

$$-b = \frac{(Vk + Q_{in}(\rho_{in}/\rho_{\text{polímero}} + 1 - \kappa))}{Vk(1 - \kappa)} \quad (50)$$

Como na entrada temos apenas o monômero puro $\rho_{in} = \rho_{\text{monômero}}$, portanto:

$$-b = \frac{(Vk + Q_{in}(\kappa + 1 - \kappa))}{Vk(1 - \kappa)} = \frac{(Vk + Q_{in})}{Vk(1 - \kappa)} = \frac{(1 + Q_{in}/(Vk))}{(1 - \kappa)} \quad (51)$$

O termo c é simplificado dividindo e multiplicando o denominador por $\rho_{\text{polímero}}$:

$$c = \frac{Q_{in}\rho_{\text{polímero}}}{Vk(\rho_{\text{polímero}} - \rho_{\text{monômero}})} = \frac{Q_{in}}{Vk(1 - \kappa)} \quad (52)$$

Fazendo $d = \frac{Q_{in}}{Vk}$ temos:

$$x^2 - \frac{(1+d)}{(1-\kappa)}x + \frac{d}{(1-\kappa)} = 0 \quad (53)$$

$$(1-\kappa)x^2 - (1+d)x + d = 0 \quad (54)$$

$$\frac{(1-\kappa)}{(1+d)}x^2 - x + \frac{d}{(1+d)} = 0 \quad (55)$$

Aplicando a fórmula e Báskara:

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{(1-\kappa)}{(1+d)}\frac{d}{(1+d)}}}{2\frac{(1-\kappa)}{(1+d)}} \quad (56)$$

Fazendo:

$$Y_0 = \frac{d}{1+d} = \frac{\frac{Q_{in}}{Vk}}{1 + \frac{Q_{in}}{Vk}} = \frac{\frac{Q_{in}}{Vk}}{\frac{Vk+Q_{in}}{Vk}} = \frac{Q_{in}}{Vk+Q_{in}} \quad (57)$$

Tem-se que:

$$\frac{m_{out}}{m_{in}} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(1-\kappa)Y_0(1-Y_0)}}{2(1-\kappa)(1-Y_0)} \quad (58)$$

O sinal negativo é o correto pois fornece um valor fisicamente viável para o problema.



Bibliografia sobre Reatores

- Nauman, E. Bruce. Chemical reactor design, optimization, and scaleup. John Wiley & Sons, 2008.
- Chapra, Steven C. Surface water-quality modeling. Waveland press, 2008.
- Introdução à Engenharia Ambiental, Tradução da 2^a Ed. norte-americana. P. Aarne Vesilind, Susan M. Morgan; revisão técnica de Carlos Alberto de Moya Figueira Netto e Lineu Belico dos Reis. São Paulo, Cengage Learning, 2011.
- Princípios de Engenharia Ambiental. Mackenzie L. Davis, Susan J. Masten. 3a ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.
- Engenharia Ambiental: Fundamentos, Sustentabilidade e Projeto. Mihelcic, James R., Julie Beth Zimmerman, and Ramira Maria Siqueira da Silva Pires. Grupo Gen-LTC, 2000.
- Mihelcic, James R. Fundamentals of environmental engineering. 1999.
- Scott A. Socolofsky & Gerhard H. Jirka. OCEN 475/677 : Special Topics in Mixing and Transport in the Environment (Environmental Fluid Mechanics)

Bibliografia sobre Equações Diferenciais Ordinárias

- Rice, Richard G., and Duong D. Do. Applied mathematics and modeling for chemical engineers. John Wiley & Sons, 2012.
- Greenberg, Michael D. Advanced engineering mathematics. Prentice-Hall, 1988.
- Butkov, Eugene. Física matemática. Livros Técnicos e Científicos, 1988.