Data: 20/03/2017

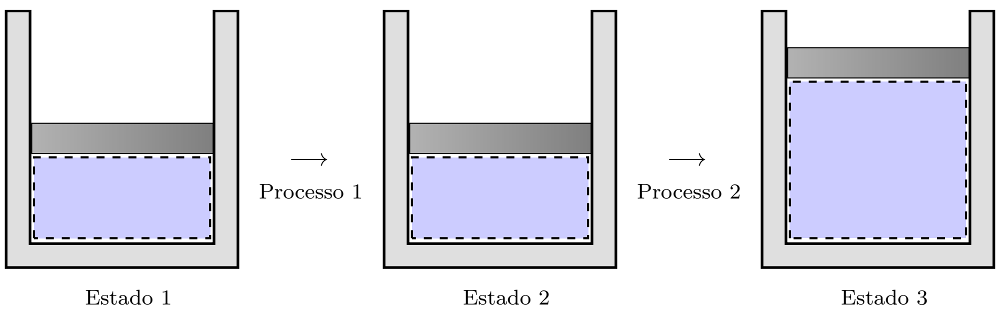
Professor: Emílio G. F. Mercuri

(1) (40,0 pontos) Ar dentro de um cilindro-pistão é submetido a dois processos.
Processo 1: O ar no estado 1 a 227°C, 1000 kPa com um volume de 0,1 m^3 é aquecido até 1500 K em um processo isocórico chegando ao estado 2.
Processo 2: Agora o ar parte do estado 2 e é expandido em um processo politrópico ($P\nu^{1,4}$ = constante) atingindo uma pressão de 200 kPa no estado 3.

a) Determine a massa do ar e sua pressão no estado 2.
b) Calcule o trabalho e a transferência de calor no processo 1.
c) Encontre o volume final e a temperatura do estado 3.
d) Calcule o trabalho e a transferência de calor no processo 2.

Solução da Questão 1

Considere os dois processos:



a) Determine m_2 e P_2 (**10.0 pontos**)

O sistema é fechado ($m_1 = m_2 = m_3 = m$) e o processo 1 é isocórico ($V_1 = V_2 = V$), portanto: $\nu_1 = \nu_2 = V/m$.

Estado 1 ($T_1 = 227$°C $= 500{,}15$ K, $P_1 = 1000$ kPa, $V_1 = 0{,}1$ m^3)

Considerando o Ar dentro do cilindro-pistão como um gás ideal: $PV = mRT$, $R_{\text{ar}} = 0{,}287$ kJ/(kg K)

$$m = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = 0{,}697\,\text{kg} \quad \blacksquare$$

Estado 2 ($T_2 = 1500$ K, $V_2 = V_1 = 0{,}1$ m^3)

Do modelo de gás ideal, tem-se que $P\nu = RT$. O processo 1 é isocórico, $\nu_1 = \nu_2$, portanto:

$$\frac{P}{T} = \frac{R}{\nu} = \text{constante}$$

Consequentemente:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad \text{isolando } P_2 \qquad \rightarrow \qquad P_2 = T_2\frac{P_1}{T_1} = 2999{,}1\,\text{kPa} \approx 3000\,\text{kPa} \quad \blacksquare$$

b) Determine ${}_1W_2$ e ${}_1Q_2$ (**10.0 pontos**)

Como o processo 1 é isocórico, temos que $V = V_1 = V_2$ constante, portanto o trabalho é nulo:

$${}_1W_2 = \int P\,dV = 0 \quad \blacksquare$$

Para o sistema fechado em questao, desprezando as variações de energia cinética e potencial, a 1a lei da Termodinâmica é:

$$E_2 - E_1 = m(u_2 - u_1) = {}_1Q_2 - {}_1W_2$$

Considerando c_v constante:

$${}_1Q_2 = m(u_2 - u_1) \approx mc_v(T_2 - T_1) = 0{,}697(0{,}717)(1500 - 500{,}15) = 499{,}75\,\text{kJ} \quad \blacksquare$$

Considerando c_v variável:

$${}_1Q_2 = m(u_2 - u_1) = 0{,}697(1205{,}25 - 359{,}84) = 589{,}25\,\text{kJ} \quad \blacksquare$$

c) Determine V_3 e T_3 (**10.0 pontos**)

Estado 3 ($P_3 = 200$ kPa, $P\nu^{1,4} = $ constante)

O processo 2 é politrópico, portanto:

$$P_2\nu_2^{1,4} = P_3\nu_3^{1,4} = \text{constante}$$

como a massa é constante, pode-se escrever também:

$$P_2V_2^{1,4} = P_3V_3^{1,4} = m^{1,4} \times \text{constante} = \text{outra constante}$$

Isolando V_3:

$$V_3 = V_2\left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{1/1,4} = 0{,}1\left(\frac{3000}{200}\right)^{0{,}7143} = 0{,}692\,\mathrm{m}^3 \quad \blacksquare$$

$$P_3V_3 = mRT_3 \qquad \rightarrow \qquad T_3 = \frac{P_3V_3}{mR} = \frac{200(0{,}692)}{0{,}697(0{,}287)} = 691{,}87\,\mathrm{K} \quad \blacksquare$$

d) Determine ${}_2W_3$ e ${}_2Q_3$ (**10.0 pontos**)

Em processo politrópico com $n \neq 1$, temos que:

$${}_2W_3 = \frac{1}{1-n}(P_3V_3 - P_2V_2) = \frac{1}{1-n}(mRT_3 - mRT_2) = \frac{mR}{1-n}(T_3 - T_2)$$

$${}_2W_3 = \frac{0{,}697(0{,}287)}{1-1{,}4}(691{,}87 - 1500) = 404{,}14\,\mathrm{kJ} \quad \blacksquare$$

Da 1ª lei da termodinâmica, obtemos o balanço de energia e pode-se quantificar a transferência de calor ${}_2Q_3$:

Para c_v constante:

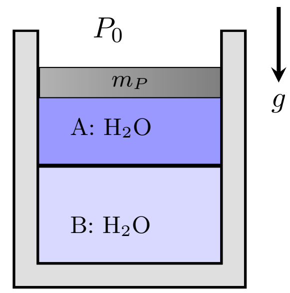
$${}_2Q_3 = m(u_3 - u_2) + {}_2W_3 \approx mc_v(T_2 - T_1) + {}_2W_3 = 0{,}697(0{,}717)(691{,}87 - 1500) + 404{,}14 = 0{,}27\,\mathrm{kJ} \quad \blacksquare$$

Para c_v variável:

$${}_2Q_3 = m(u_3 - u_2) + {}_2W_3 = 0{,}697(506{,}25 - 1205{,}25) + 404{,}14 = -83\,\mathrm{kJ} \quad \blacksquare$$

(2) (30,0 pontos) Uma membrana rígida separa água em dois volumes $V_A = 0{,}2\ \text{m}^3$ e $V_B = 0{,}3\ \text{m}^3$ dentro de um arranjo cilindro pistão. O estado inicial em A é 1000 kPa e título $x_A = 0{,}75$ e em B tem-se 1600 kPa e 250°C. A membrana é rompida e a água se mistura atingindo um estado uniforme a 200°C.

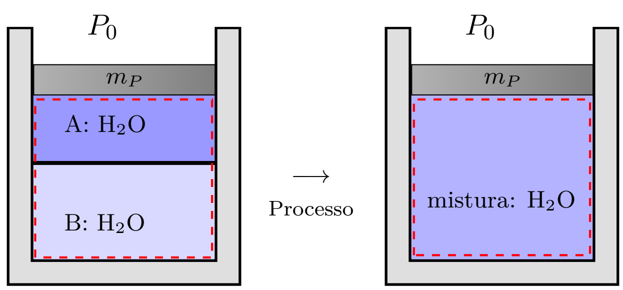
a) Determine a pressão final.
b) Determine o volume final.
c) Calcule o trabalho do processo.
d) Calcule a transferência de calor no processo.



Estado inicial

Solução da Questão 2

Seleciona-se o sistema termodinâmico (linha vermelha tracejada) como a soma das massas m_A e m_B. Esse sistema contêm dois estados iniciais (subsistemas).



Estados 1 Estado 2

Considerando a massa de água em $A + B$ como um sistema termodinâmico fechado. A massa da membrana não é contabilizada, pois se fosse deveríamos ter considerado um sistema aberto.

A equação da continuidade fornece:

$$m_{1A} + m_{1B} = m_2$$

O balanço de energia (desprezando a variação das energias potencial e cinética):

$$E_2 - E_1 = m_2 u_2 - (m_{1A} u_{1A} + m_{1B} u_{1B}) = {}_1Q_2 - {}_1W_2$$

a) Determine P_2 (**7.5 pontos**)

Após a mistura o sistema adquiri o equilíbrio mecânico (pressão interna = pressão externa). Como a pressão atmosférica P_0 e a massa do pistão não foram alteradas conclui-se que não houve variação da pressão externa. Mas no estado 1 havia uma membrana que separava dois compartimentos com pressões diferentes!

Na configuração inicial considera-se que existem dois compartimentos em equilíbrio termodinâmico: o compartimento A e o compartimento B. Equilíbrio termodinâmico implica em equilíbrio mecânico de cada subsistema ou compartimento.

Analisa-se os dois equilíbrios mecânicos da configuração inicial e o equilíbrio final:

- A pressão em A é P_0 acrescida da pressão associada ao peso do pistão.

$$P_A = P_0 + \frac{m_p g}{\text{Area}_{\text{pistão}}} = 1000\,\text{kPa}$$

- A pressão em B é igual à pressão do gás que foi fornecida. Como a membrana é rígida, a pressão no compartimento B não depende do compartimento A nem do peso do pistão nem da pressão atmosférica.

$$P_B = 1600\,\text{kPa}$$

- A pressão no estado 2 após a mistura é igual a:

$$P_2 = P_0 + \frac{m_p g}{\text{Area}_{\text{pistão}}} = P_A = 1000\,\text{kPa} \quad \blacksquare$$

Na fluido estática sabe-se que a pressão varia linearmente com a profundidade. Entretanto, nos exemplos e exercícios de termodinâmica normalmente assume-se que os tanques não tem uma altura significativa, com essa hipótese pode-se considerar que a pressão é constante em cada compartimento.

b) Determine V_2 (**7.5 pontos**)

Estado 1A ($P_A = 1000$ kPa, $x_A = 0{,}75$, $V_A = 0{,}2$ m^3)

O Estado 1A é bifásico, portanto estado de saturação: consulta-se a Tabela B.1.2:

$$\nu_{1A} = 0{,}001127 + 0{,}75 \times 0{,}19332 = 0{,}146117\,\mathrm{m^3/kg}$$
$$u_{1A} = 761{,}67 + 0{,}75 \times 1821{,}97 = 2128{,}15\,\mathrm{kJ/kg}$$

Estado 1B ($P_B = 1600$ kPa, $T_B = 250°$C, $V_B = 0{,}3$ m^3)

Consulta-se a tabela B.1.3: $\nu_{1B} = 0{,}14184$ m3/kg, $u_{1B} = 2692{,}26$ kJ/kg

Com os volumes específicos podemos determinar a massa do sistema e subsistemas:

$$m_{1A} = \frac{V_{1A}}{\nu_{1A}} = 1{,}3688\,\mathrm{kg} \qquad m_{1B} = \frac{V_{1B}}{\nu_{1B}} = 2{,}115\,\mathrm{kg}$$
$$m_2 = m_{1A} + m_{1B} = 3{,}4838\,\mathrm{kg}$$

Estado 2 ($P_2 = 1000$ kPa, $T_2 = 200°$C)

Para as propriedades do Estado 2 tem-se vapor d'água superaquecido: $\nu_2 = 0{,}20596$ m3/kg, $u_2 = 2621{,}9$ kJ/kg

$$V_2 = m_2\,\nu_2 = 3{,}4838(0{,}20596) = 0{,}7175\,\mathrm{m^3} \quad \blacksquare$$

c) Determine ${}_1W_2$ (**7.5 pontos**)

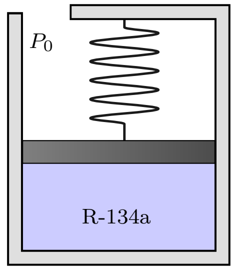
$${}_1W_2 = \int PdV = P(V_2 - V_1) = 1000(0{,}7175 - 0{,}5) = 217{,}5\,\mathrm{kJ} \quad \blacksquare$$

d) Determine ${}_1Q_2$ (**7.5 pontos**)

$${}_1Q_2 = m_2u_2 - m_{1A}u_{1A} - m_{1B}u_{1B} + {}_1W_2 = 744\,\mathrm{kJ} \quad \blacksquare$$

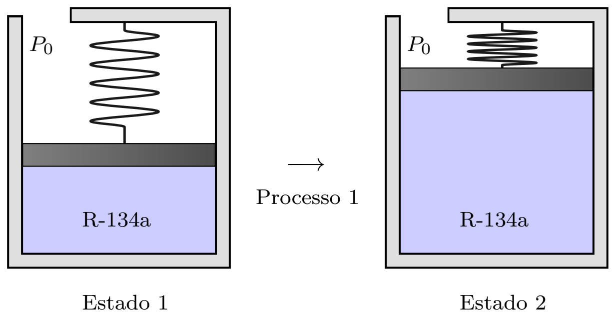
(3) (30,0 pontos) Um cilindro pistão contém R-134a a 15°C, $x = 0{,}6$ e volume 0,02 m^3. O fluido refrigerante é aquecido até 60°C sendo que seu volume específico final é 0,03002 m^3/kg.

a) Determine a pressão final.
b) Determine o volume final.
c) Calcule o trabalho do processo.
d) Calcule a transferência de calor no processo.



Solução da Questão 3

Considere o fluido refrigerante R134-a durante o processo de aquecimento. Repare que ao expandir o fluido comprime a mola (o que faz com que a força da mola varie do estado 1 para o estado 2).



Equação da continuidade:

$$m_1 = m_2 = m$$

Equação da Energia:

$$E_2 - E_1 = m_2(u_2 - u_1) = {}_1Q_2 - {}_1W_2$$

Trata-se de um processo em que a variação da pressão é linear com o volume:

$$P = A + BV$$

a) Determine P_2 (**7.5 pontos**)

<u>Estado 1</u> (título $x_1 = 0{,}6$, $T_1 = 15$°C, $V_1 = 0{,}02$ m^3)
Devido ao estado de saturação ($0 < x < 1$), consulta-se a tabela B.5.1: $T_1 \rightarrow P_1 = P_{\text{sat}} = 489{,}5$ kPa

$$\nu_1 = \nu_l + x_1\nu_{lv} = 0{,}000805 + 0{,}6 \times 0{,}04133 = 0{,}0256\,\text{m}^3/\text{kg}$$
$$u_1 = u_l + x_1 u_{lv} = 220{,}1 + 0{,}6 \times 166{,}35 = 319{,}91\,\text{kJ/kg}$$

<u>Estado 2</u> ($T_2 = 60$°C, $\nu_2 = 0{,}03002$ m^3/kg)
De acordo com a tabela de saturação (B.5.1): para $T_2 = 60$°C $\rightarrow \nu_l = 0{,}000951$ m^3/kg e $\nu_v = 0{,}01146$ m^3/kg.
Portanto como $\nu_2 = 0{,}03002 > \nu_v \rightarrow$ vapor superaquecido (R-134a).
Consulta-se a tabela B.5.2 (vapor superaquecido): T_2, $\nu_2 \rightarrow u_2 = 421{,}2$ kJ/kg, $P_2 = 800$ kPa ■

b) Determine V_2 (**7.5 pontos**)

$$m = \frac{V_1}{\nu_1} = 0{,}78125\,\text{kg}$$

$$V_2 = m\,\nu_2 = 0{,}78125(0{,}03002) = 0{,}02345\,\text{m}^3 \quad ■$$

c) Determine ${}_1W_2$ (**7.5 pontos**)

$${}_1W_2 = \int PdV = \text{area} = P_{\text{médio}}(V_2 - V_1) = 0{,}5(P_2 + P_1)(V_2 - V_1) = 2{,}22\,\text{kJ} \quad \blacksquare$$

d) Determine ${}_1Q_2$ (**7.5 pontos**)

$${}_1Q_2 = m(u_2 - u_1) + {}_1W_2 = 81{,}36\,\text{kJ} \quad \blacksquare$$

Relações Matemáticas

$$\Delta E = {}_1Q_2 - {}_1W_2 \qquad {}_1W_2 = \int_1^2 P dV$$

$$PV = mRT = n\bar{R}T \qquad n = \frac{m}{M}$$