Data: 26/06/2017

Professor: Emílio G. F. Mercuri

(1) (50.0 pontos) Uma das primeiras tentativas para melhorar o comportamento da equação de van der Waals foi modificá-la para:

$$P = \frac{RT}{\nu - b} - \frac{a}{\nu^2 T}$$

Determine as constantes a, b e ν_c dessa nova equação em função das constantes críticas sabendo que no ponto crítico:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \nu}\right)_{T_c} = 0 \qquad \text{e} \qquad \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \nu^2}\right)_{T_c} = 0$$

Solução da Questão 1:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \nu}\right)_{T} = -\frac{RT}{(\nu - b)^2} + \frac{2a}{\nu^3 T} = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial \nu^2}\right)_{T} = -\frac{2RT}{(\nu - b)^3} - \frac{6a}{\nu^4 T} = 0$$

Da equação de estado:

$$P_c = \frac{RT_c}{\nu_c - b} - \frac{a}{\nu_c^2 T_c}$$

Resolvendo as 3 equações:

$$\nu_c = 3b$$

$$a = \frac{27}{64}\frac{R^2 T_c^3}{P_c} \quad \blacksquare$$

$$b = \frac{RT_c}{8P_c} \quad \blacksquare$$

$$\nu_c = \frac{3RT_c}{8P_c} \quad \blacksquare$$

(2) (50.0 pontos) Um tanque contém 2 kg de uma mistura 50% de argônio e 50% de nitrogênio (base mássica), a 2 MPa e 180 K. Determine o volume interno do tanque utilizando:

a) o modelo de gás ideal
b) a equação de Redlich-Kwong com a e b calculados para a mistura.

Equação de Estado de Redlich-Kwong

$$P = \frac{RT}{\nu - b} - \frac{a}{\nu(\nu + b)T^{1/2}}$$

$$a = 0{,}42748\frac{R^2 T_c^{5/2}}{P_c}$$

$$b = 0{,}08664\frac{RT_c}{P_c}$$

Observação: Caso encontre uma equação que não seja explícita para o volume, a solução pode ser encontrada por tentativa e erro ou de maneira iterativa.

Dados:
$R^{\text{Ar}} = 0{,}2081$ kJ/(kg K) , $R^{\text{N}_2} = 0{,}2968$ kJ/(kg K)
$T_c^{\text{Ar}} = 150{,}8$ K, $T_c^{\text{N}_2} = 126{,}2$ K
$P_c^{\text{Ar}} = 4{,}87$ MPa, $P_c^{\text{N}_2} = 3{,}39$ MPa

Solução da Questão 2

a) o modelo de gás ideal

$$R_{\text{mistura}} = \sum_i c_i R_i = 0{,}5(0{,}2081) + 0{,}5(0{,}2968) = 0{,}25245\,\text{KJ/kg K}$$

$$V = \frac{mR_{\text{mistura}}T}{P} = \frac{2(0{,}25245)180}{2000} = 0{,}0454\,\text{m}^3 \quad \blacksquare$$

b) a equação de estado de Redlich-Kwong com a e b calculados para a mistura.

$$a_{Ar} = 0{,}42748\frac{R^2 T_c^{5/2}}{P_c} = 0{,}42748\frac{0{,}2081^2(150{,}8)^{2{,}5}}{4870} = 1{,}06154$$

$$a_{N_2} = 0{,}42748\frac{R^2 T_c^{5/2}}{P_c} = 0{,}42748\frac{0{,}2968^2(126{,}2)^{2{,}5}}{3390} = 1{,}98743$$

$$b_{Ar} = 0{,}08664\frac{RT_c}{P_c} = 0{,}08664\frac{0{,}2081(150{,}8)}{4870} = 0{,}000558$$

$$b_{N_2} = 0{,}08664\frac{RT_c}{P_c} = 0{,}08664\frac{0{,}2968(126{,}2)}{3390} = 0{,}000957$$

Pode-se encontrar os parâmetros a e b para a mistura:

$$a_{\text{mistura}} = \left(\sum_i c_i a_i^{1/2}\right)^2 = 1{,}4885$$

$$b_{\text{mistura}} = \sum_i c_i b_i = 0{,}000758$$

Usando a equação de estado:

$$P = \frac{RT}{\nu - b} - \frac{a}{\nu(\nu + b)T^{1/2}}$$

$$2000 = \frac{0{,}25245(180)}{\nu - 0{,}000758} - \frac{1{,}4885}{\nu(\nu + 0{,}000758)180^{1/2}}$$

Iterativamente, pode-se encontrar o volume específico: $\nu = 0{,}02102\text{m}^3/\text{kg}$.

$$V = \nu m = 0{,}04204\,\text{m}^3 \quad \blacksquare$$

Relações Matemáticas

$$P\nu = RT \qquad PV = mRT = n\bar{R}T \qquad n = \frac{m}{M} \qquad PV^n = C \qquad c_i = \frac{m_i}{m_{\text{total}}} \qquad y_i = \frac{n_i}{n_{\text{total}}}$$

$$R_{\text{mistura}} = \sum_i c_i R_i \qquad (P_c)_{\text{mistura}} = \sum_i y_i P_{ci} \qquad (T_c)_{\text{mistura}} = \sum_i y_i T_{ci}$$

$$a_{\text{mistura}} = \left(\sum_i c_i a_i^{1/2} \right)^2 \qquad b_{\text{mistura}} = \sum_i c_i b_i$$

Massas molares: $M^{\text{Ar}} = 39{,}948$ kg/kmol , $M^{\text{N}_2} = 28{,}013$ kg/kmol